

19. Matemática Aplicada

Denoising y descompresión conjuntos de imágenes usando redes neuronales convolucionales como regularizadores.

González, Mario; Almansa, Andrés (orientador); Musé, Pablo (orientador)

mgonzalez@unorte.edu.uy; andres.almansa@parisdescartes.fr; pmuse@fing.edu.uy

Departamento de Matemática y Estadística del Litoral

Universidad de la República, Uruguay

Resumen

Los esquemas de compresión wavelet tales como el JPEG2000 o el standard CCSDS (para satélites de muy alta resolución) llevan a la aparición de artefactos visuales muy específicos debido a la cuantificación de los coeficientes wavelet. Éstos tienen una estructura espacial muy correlacionada que hace que sean difíciles de remover por algoritmos de denoising clásicos.

En este trabajo, proponemos un esquema de denoising y descompresión conjuntos, basado en *plug-and-play ADMM*, que combina un término de ajuste a datos que modela la cuantificación de coeficientes wavelet y un prior de imágenes naturales implícito contenido en una red neuronal convolucional de denoising del estado del arte.

Palabras clave: imágenes, denoising, compresión, wavelets, redes neuronales.

Introducción

El esquema de compresión de imágenes estándar, en inglés llamado *transform coding*, consiste en aplicar una transformación lineal invertible que “esparce” los datos, es decir, logra que la

información se concentre en pocos coeficientes del dominio transformado (como lo hace la Transformada Discreta del Coseno, o DCT, en la compresión JPEG, o la Transformada Wavelet en la compresión JPEG2000) seguido de una cuantificación de los coeficientes transformados que son



FIGURA 1. De izquierda a derecha: original (Lena), comprimida sin ruido (1 BPP) y comprimida con ruido (1 BPP, $\sigma = 7$). El rango dinámico fue saturado para una mejor visualización.

finalmente comprimidos por un codificador sin pérdida (*lossless*). Esta familia de esquemas de compresión puede lograr tasas de compresión muy altas, pero pueden perder algunos detalles de la imagen en el proceso de cuantificación. Esta compresión con pérdida también es responsable de artefactos conocidos como pérdida de texturas, o efectos de Gibbs alrededor de bordes presentes en la imagen. Algunas soluciones han sido propuestas en la literatura para remover algunos de estos artefactos: algunos de ellos son variacionales e involucran la minimización de la Variación Total, o *TV* en inglés (para minimizar los efectos de *ringing*) entre todas las imágenes que son coherentes con la imagen cuantificada [Durand y Froment, 2003; Alter, Durand y Froment, 2005; Weiss, Blanc-Feraud, Andre y Antonini, 2008].

Sin embargo, en trabajos previos poca atención ha sido puesta sobre el hecho de

que la imagen comprimida puede contener ruido de adquisición, y que dicho ruido puede interactuar con el proceso de cuantificación, produciendo un nuevo tipo de artefactos que en este trabajo llamaremos *outliers*. La Figura 1 muestra claramente uno de los mayores problemas derivados de la compresión de imágenes ruidosas: la presencia de outliers (coeficientes wavelet mal cuantificados debido al ruido) y los artefactos visuales que causan (comparar la segunda y tercer imagen).

Estos artefactos no pueden ser removidos utilizando los trabajos anteriores citados, los cuales sólo apuntan a remover artefactos de compresión, pero no ruido o sus complejas interacciones con el compresor. Sin embargo, dichos artefactos son particularmente molestos en el caso de compresores basados en wavelets, como el JPEG2000 o el compresor de la recomendación de compresión de

imágenes satelitales CCSDS [T. C. C. for Space Data Systems (CCSDS), 2005], los cuales son extensamente utilizados para comprimir cine digital e imágenes de sensado remoto (satelitales) de alta resolución respectivamente.

Más recientemente, se han considerado enfoques de denoising y decompresión conjuntos para remover a la vez los artefactos de compresión y los debidos a su interacción con el ruido. Dichos métodos usan la regularización TV o modelos Gaussianos basados en *patches* (cuadrados $k \times k$ extraídos de la imagen) en combinación con versiones relajadas de la restricción de cuantificación, a fin de tomar en cuenta los efectos del ruido [Durand y Nikolova, 2007; Preciozzi, 2016; Preciozzi, González, Almansa, y Musé, 2017]. Sin embargo, los trabajos basados en regularización TV sólo son capaces de remover outliers aislados en áreas relativamente constantes, y los trabajos basados en *patches* sólo pueden mejorar marginalmente la performance de las técnicas estándar de denoising como non-local Bayes [Lebrun, Buades, y Morel, 2013].

Un problema inverso genérico puede definirse como la estimación de una imagen desconocida u a partir de una versión corrompida:

$$y = A(u) + n \quad (1)$$

donde A es el operador *forward* (que describe el proceso de captura de la imagen) y n es un ruido de adquisición. En la literatura, generalmente A es un operador lineal y el ruido de adquisición es Gaussiano blanco, es decir $n \sim N(0, \sigma^2 I)$. Como caso particular, cuando $A = I$ (operador identidad) obtenemos el problema de *denoising* (filtrado de ruido) clásico, que consiste en estimar la imagen desconocida u a partir de una versión ruidosa $y = u + n$.

Una técnica muy utilizada para resolver un problema inverso es la estimación *Maximum A Posteriori* (MAP) de la imagen no degradada u a partir de su versión degradada y que consiste en:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \operatorname{argmax}_u p(u|y) \\ &= \operatorname{argmax}_u p(y|u)p(u) \\ &= \operatorname{argmin}_u [-\log(p(y|u)) - \log(p(u))] \end{aligned}$$

donde \hat{u} es el estimador MAP de u (imagen buscada), $p(u|y)$ es la probabilidad condicional (densidad) *a posteriori* de u dado y , $p(y|u)$ es la verosimilitud y $p(u)$ es la probabilidad de la imagen u , viendo a las imágenes como realizaciones de una variable aleatoria multidimensional (prior

estadístico). Observar que, al aplicar la fórmula de Bayes en la equivalencia de problemas anterior, no hemos incluido el denominador $p(y)$ ya que no afecta al resultado por no depender de u .

Luego, encontrar \hat{u} equivale a resolver el problema de optimización siguiente:

$$\hat{u} = \operatorname{argmin}_u D(u) + R(u), \quad (2)$$

donde

- $D(u) = -\log(p(y|u))$ es un *término de ajuste a datos* (-log de la verosimilitud $p(y|u)$) que garantiza que la solución sea coherente con el proceso de adquisición de la imagen y depende del llamado *operador forward* A y del modelo de ruido en la ecuación (1), y
- R es el *término de regularización* (-log(prior)) a ser usado en la restauración, que fuerza propiedades deseables en la solución de entre todas las soluciones posibles con respecto al ajuste a datos.

En el caso de denoising, como

$$y = u + n \sim N(u, \sigma^2 I)$$

entonces el término de ajuste a datos se define por:

$$\begin{aligned} D(u) &= -\log\left(C \exp\left(-\frac{\|y - u\|^2}{2\sigma^2}\right)\right) \\ &= \frac{\|y - u\|^2}{2\sigma^2} + cte. \end{aligned}$$

Luego, la estimación MAP para un denoising de ruido Gaussiano de la imagen y con nivel de ruido σ^2 (varianza) es

$$\hat{u} = \operatorname{argmin}_u \frac{\|y - u\|^2}{2\sigma^2} + R(u) \quad (3)$$

Objetivos

En general, el término de ajuste a datos es fácil de elegir ya que el proceso de adquisición de la imagen es bien conocido o modelado. En nuestro problema consiste en modelar el proceso de cuantificación de los coeficientes wavelet de la imagen capturada, como lo describiremos en la siguiente sección.

Lo difícil es una buena elección del término de regularización ya que depende de una buena estimación de la densidad de probabilidad del conjunto de todas las imágenes naturales posibles (es decir, un prior estadístico), lo cual es una tarea nada fácil de realizar.

Por otro lado, cabe destacar que nuestro problema se encara en la literatura

generalmente en dos etapas: una de decompresión de la imagen adquirida (decuantificación de los coeficientes wavelet) y otra posterior de eliminación de ruido en la imagen descomprimida, no teniendo en cuenta la interacción entre el ruido de adquisición y la cuantificación de coeficientes.

En este trabajo, proponemos un nuevo método de denoising y decompresión conjuntos. Nuestro método usa un término de ajuste a datos probabilístico similar a [Preciozzi, González, Almansa, y Musé, 2017] junto a un término de regularización implícito basado en una Red Neuronal Convolucional (CNN, por sus siglas en inglés) que captura más fielmente las estadísticas de las imágenes naturales que otros métodos previamente propuestos basados en patches.

Materiales y Métodos

- **Formalización del problema**

Asumimos que nuestra imagen u está corrompida con ruido aditivo Gaussiano blanco $n_u \sim N(0, \sigma^2 I)$. El primer paso del compresor del estándar CCSDS aplica una transformada wavelet W (operador de análisis) a la imagen ruidosa. Entonces los coeficientes wavelet correspondientes también están corrompidos con ruido Gaussiano:

$$\begin{aligned} n_w &:= \underbrace{W(u + n_u)}_{w_n} - \underbrace{W(u)}_w \\ &= W n_u \sim N(0, \sigma^2 W W^T). \end{aligned}$$

Si la transformada wavelet fuera ortogonal, entonces $W W^T = I$ y el ruido en los coeficientes wavelet n_w sería blanco. Sin embargo, la mayoría de los algoritmos de compresión usan la transformada wavelet CDF 9/7 que es *biortogonal* [Cohen, Daubechies, y Feauveau, 1992], pero incluso en este caso $W W^T \simeq I$ es una buena aproximación ya que W es *casi ortogonal* [Akhtar, 2001].

Siguiendo el estándar CCSDS, cada coeficiente wavelet $w_n(k)$ es entonces cuantificado, anulando sus $m(k)$ bits menos significativos:

$$Q(w_n(k)) := \text{sign}(w_n(k)) \left\lfloor \frac{|w_n(k)|}{2^{m(k)}} \right\rfloor 2^{m(k)}$$

Los valores de $m(k)$ son elegidos por el algoritmo de compresión para optimizar el compromiso entre el radio de compresión y la distorsión, y pueden ser obtenidos de la imagen comprimida. A partir de estos valores podemos recuperar los intervalos de cuantificación $Q^{-1}(w_n(k)) = [a(k), b(k)]$ así como sus centros $\overline{Q^{-1}(w_n(k))}$. El decodificador restaura los

coeficientes cuantificados (ruidosos) a través de:

$$u_{qn} := W^{-1}(w_{qn}) = W^{-1}\left(\overline{Q^{-1}Q}(w + n)\right).$$

Como se ilustra en la Figura 1, w_{qn} puede estar corrompido por un outlier debido a la interacción entre el ruido y el códec \overline{Q} . Para comprender por qué ocurre esto, consideremos la situación presentada en la Figura 2. Si no hubiera ruido obtendríamos el coeficiente cuantificado $w_q := \overline{Q}(w)$. Cuando el nivel de ruido $\sigma \ll q(k)$ es relativamente pequeño (aquí $q(k)$ es la longitud del intervalo de cuantificación asociado al coeficiente w_q) el coeficiente ruidoso cuantificado $w_{qn} := \overline{Q}(w + n)$ es, en la mayoría de los casos, igual a w_q y por tanto el cuantificador tiene un efecto de *denoising*. Sin embargo, ocasionalmente el ruido puede ser lo suficientemente grande como para cambiar el intervalo de cuantificación:

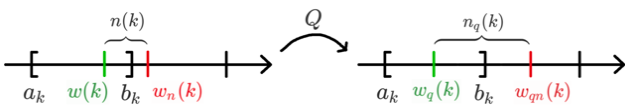


FIGURA 2: Outliers

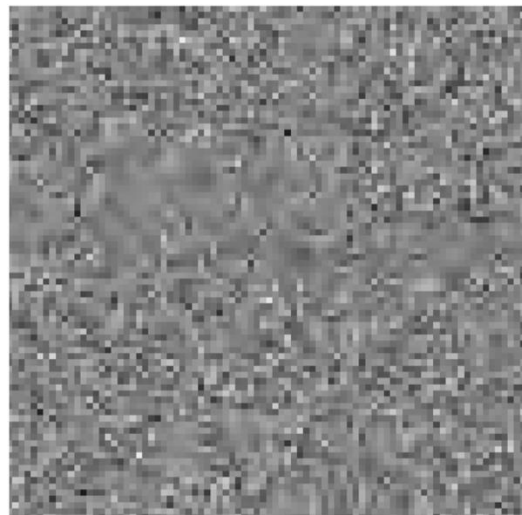
En este caso la cuantificación puede amplificar el ruido:

$$|n_q| = |w_{qn} - w_q| > |w_n - w| = |n|$$

y obtenemos un artefacto visible (con la forma de la wavelet) al que llamamos *outlier*.



Los outliers son particularmente molestos cuando son aislados. Cuando el nivel de ruido $\sigma \geq q(k)$ es similar o mayor que el nivel de cuantificación, entonces los outliers ocurren en todas partes y forman una estructura similar al ruido blanco:



A continuación proponemos un enfoque Bayesiano para estimar la imagen original

u a partir de su observación ruidosa cuantificada u_{qn} . El término de ajuste a datos será formulado en el dominio wavelet, lo cual es lo más natural ya que la cuantificación es hecha en dicho dominio.

- **Método de restauración propuesto**

Para el término de ajuste a datos, denotemos por $w = Wu$ a los coeficientes de la imagen original (desconocida), y por $w_{qn} = Wu_{qn}$ a los coeficientes wavelet de la imagen corrupta. Como fue mencionado anteriormente, los intervalos de cuantificación correspondientes a cada uno de estos coeficientes pueden ser recuperados mediante:

$$[a(k), b(k)] = Q^{-1}(w_{qn}(k))$$

Usando esta notación, y dado que el ruido en el dominio wavelet es $N(0, \sigma^2 I)$, la probabilidad condicional de los coeficientes corruptos w_{qn} dados los originales w es:

$$\begin{aligned} p(w_{qn}|w) &= \prod_k p(w_{qn}(k)|w(k)) \\ &= \prod_k p(\bar{Q}(w(k) + n(k)) = w_{qn}(k)) \\ &= \prod_k p(w(k) + n(k) \in [a(k), b(k)]) \\ &= \prod_k p\left(\frac{n(k)}{\sigma} \in \left[\frac{a(k) - w(k)}{\sigma}, \frac{b(k) - w(k)}{\sigma}\right]\right) \end{aligned}$$

Observar que cada factor en la última línea corresponde a la probabilidad de que la variable aleatoria $n(k)/\sigma \sim N(0,1)$ pertenezca a un intervalo. Luego, consideramos el término de ajuste a datos siguiente:

$$\begin{aligned} D(w) &= -\log p(w_{qn}|w) \\ &= -\sum_k \log \left[\phi\left(\frac{b(k) - w(k)}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{a(k) - w(k)}{\sigma}\right) \right] \end{aligned}$$

donde ϕ es la función de distribución (acumulativa) normal. Este término de ajuste a datos toma en cuenta cuidadosamente el proceso de cuantificación de los coeficientes (ver Figura 3). Aunque este término no es cuadrático como en la mayoría de los problemas inversos, al menos es convexo y podemos calcular una expresión analítica para su gradiente y matriz Hessiana [Zymnis, Boyd y Candes, 2010].

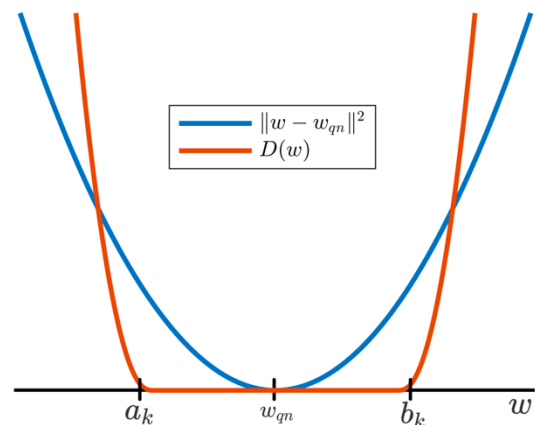


FIGURA 3: el ajuste a datos $D(w)$ es más adecuado para medir verosimilitud con el

proceso de adquisición de la imagen que el ajuste cuadrático L^2 generalmente usado.

$$\nabla F(w) = \nabla D(w) + \rho W^{-T}(W^{-1}w + v)$$

$$\nabla^2 F(w) = \nabla^2 D(w) + \rho W^{-T}W^{-1}$$

Finalmente, el problema (2) puede ser reescrito como:

$$\min_{w,u} D(w) + \lambda R(u), \quad s.a. W^{-1}w = u$$

donde W^{-1} es la transformada wavelet inversa (síntesis) y $\lambda > 0$ es la potencia del regularizador, parámetro fijo del algoritmo, que debe ser elegido para moderar la importancia que damos a la regularización sobre el ajuste a datos. El algoritmo ADMM [Boyd, Parikh, Chu, Peleato, Eckstein, 2011] para la minimización condicionada anterior queda:

$$\begin{cases} w_{k+1} = \operatorname{argmin}_w D(w) + \frac{\rho}{2} \left\| W^{-1}w - u_k + \frac{1}{\rho} y_k \right\|^2 \\ u_{k+1} = \operatorname{argmin}_u \lambda R(u) + \frac{\rho}{2} \left\| W^{-1}w_{k+1} - u + \frac{1}{\rho} y_k \right\|^2 \\ y_{k+1} = y_k + \rho(W^{-1}w_{k+1} - u_{k+1}) \end{cases}$$

Para el primer subproblema, definamos

$$v = -u_k + \frac{1}{\rho} y_k, \quad y$$

$$F(w) := D(w) + \frac{\rho}{2} \|W^{-1}w + v\|^2.$$

Esto es, $w_{k+1} = \operatorname{argmin}_w F(w)$. Las derivadas de primer y segundo orden de $F(w)$ se calculan directamente como

donde $W^{-T} = (W^{-1})^T$. Como fue señalado anteriormente, para la wavelet CDF 9/7 el término $W^T W$ puede ser fielmente aproximado por la identidad, por lo tanto

$$\nabla^2 F(w) \simeq \nabla^2 D(w) + \rho I$$

Ahora, como $D(w)$ es separable en términos de los elementos $w(k)$, se tiene que $\nabla^2 D(w)$ es una matriz diagonal, que a su vez es definida positiva porque la función $D(w)$ es convexa. De todo esto deducimos que $\nabla^2 F(w)$ es una matriz diagonal, que F es estrictamente convexa y que por tanto su minimización puede ser calculada muy eficientemente usando el método de Newton:

$$w^0 = W^{-1}u_k$$

$$w^{k+1} = w^j - \alpha_j \left(\nabla^2 F(w^j) \right)^{-1} \cdot \nabla F(w^j)$$

$$= w^j - \alpha_j \left(\nabla^2 D(w^j) + \rho I \right)^{-1} \cdot$$

$$\left(\nabla D(w^j) + \rho W^T(Ww^j + v) \right)$$

El segundo subproblema puede ser reescrito como

$$u_{k+1} = \operatorname{argmin}_u \frac{1}{2(\lambda/\rho)} \left\| \left(W^{-1}w_{k+1} + \frac{1}{\rho} y_k \right) - u \right\|^2 + R(u)$$

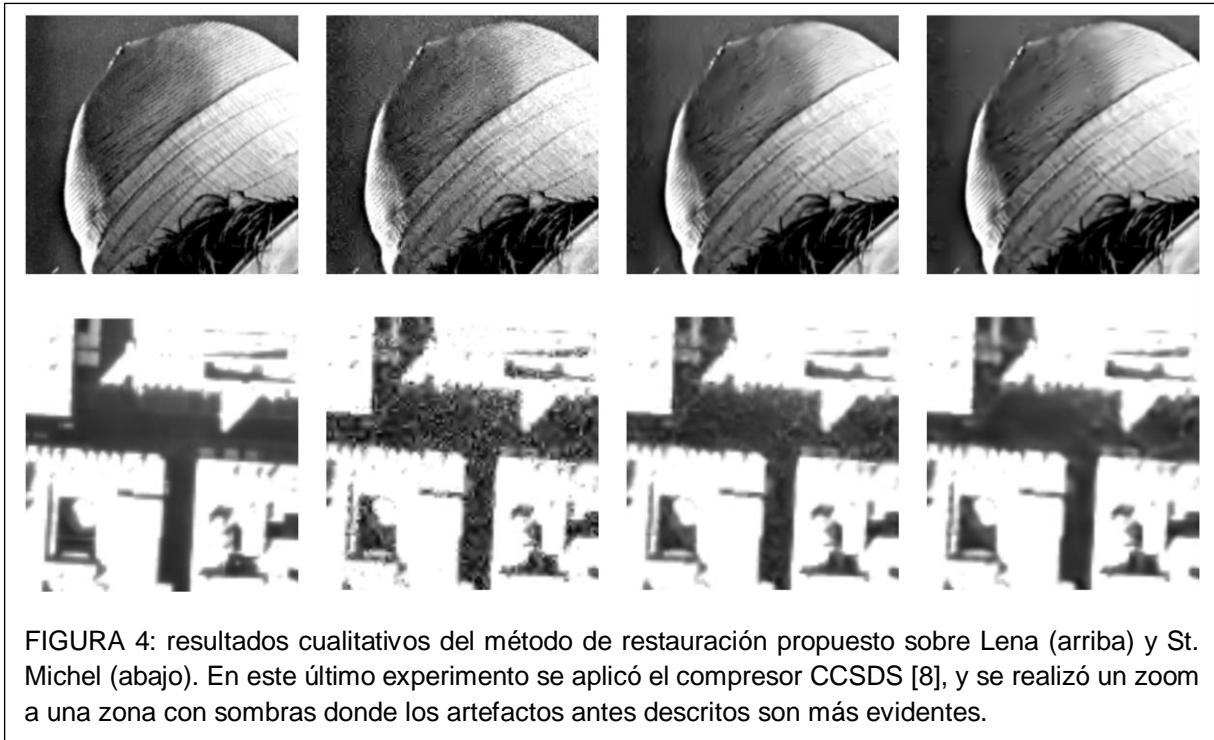


FIGURA 4: resultados cualitativos del método de restauración propuesto sobre Lena (arriba) y St. Michel (abajo). En este último experimento se aplicó el compresor CCSDS [8], y se realizó un zoom a una zona con sombras donde los artefactos antes descritos son más evidentes.

Por lo visto anteriormente en (3), esto equivale a un denoising Gaussiano de la "imagen" $(W^{-1}w_{k+1} + \frac{1}{\rho}y_k)$ con varianza de ruido igual a λ/ρ . Por lo tanto, podemos utilizar cualquier algoritmo de denoising Gaussiano como regularizador de nuestro problema inverso. Escribimos entonces este segundo paso como

$$u_{k+1} = \mathbb{G} \left(W^{-1}w_{k+1} + \frac{1}{\rho}y_k, \sigma_{\mathbb{G}}^2 = \lambda/\rho \right)$$

donde \mathbb{G} es el denoiser Gaussiano utilizado y $\sigma_{\mathbb{G}}^2$ la varianza asociada al mismo.

Observar que en este caso no conocemos el término de regularización $R(u)$ sino que queda implícito en el

denoiser \mathbb{G} utilizado. En este trabajo, utilizamos uno de los denoisers Gaussianos más potentes que existen actualmente, en particular la red residual de denoising IRCNN de [Zhang, Zuo, Gu y Zhang, 2017] que forma parte del estado del arte.

Resultados y Discusión

La Figura 4 presentan los resultados en la imagen Lena (arriba) y en una imagen satelital: *St. Michel* (abajo). Es claro que un denoiser Gaussiano como [Zhang, Zuo, Gu y Zhang, 2017] no puede remover satisfactoriamente estos artefactos debido a que dicho algoritmo no fue concebido para tal fin.

Podemos distinguir claramente dos estados: en regiones donde $q \ll \sigma$ casi todos los coeficientes contienen outliers y por lo tanto la conjunción de artefactos se asemeja a ruido blanco. En esta situación, la performance de un denoising Gaussiano como [Zhang, Zuo, Gu y Zhang, 2017] aplicado directamente a la imagen u_{qn} y nuestro método es similar. Sin embargo, cuando $q \gg \sigma$ los artefactos son eventos más aislados, y la degradación presente en la imagen corrompida se desvía significativamente de ruido Gaussiano blanco. En este caso, mostrado en los experimentos, el denoiser [Zhang, Zuo, Gu y Zhang, 2017] no alcanza el mejor rendimiento y nuestro método en cambio se desempeña mejor.

En las Tablas 1 y 2 presentamos un análisis cuantitativo, utilizando tres medidas de fidelidad de imágenes: PSNR, SSIM [Wang, Bovik, Sheikh y Simoncelli, 2004] y NLP [Laparra, Ballé, Berardino, y Simoncelli, 2016], comparando el método presentado contra WNLB [Preciozzi, González, Almansa y Musé, 2017] y con la aplicación directa de [Zhang, Zuo, Gu y Zhang, 2017].

Conclusiones

En el presente trabajo, hemos presentado un algoritmo de denoising y decompresión

conjuntos de imágenes comprimidas que, a diferencia de otros métodos presentes en la literatura, modela cuidadosamente la interacción entre el ruido de adquisición y la cuantificación de coeficientes wavelet. Como se desprende de los experimentos realizados, este nuevo método logra una mejor restauración de imágenes comprimidas con el estándar CCSDS, lo cual puede ser aprovechado en particular como decompresor de imágenes de cualquier satélite que se rija por esta recomendación.

Imagen	PSNR	SSIM	NLP
Corrupta	43.98	0.9565	12.07
Zhang	44.95	0.9683	11.48
Propuesto	44.97	0.9688	10.84

TABLA 1: resultados cuantitativos para la imagen St. Michel, con ruido Gaussiano de $\sigma = 1$ (para una imagen de 8 bits) comprimida con 2 BPP (Bits Per Pixels).

Imagen	PSNR	SSIM	NLP
Corrupta	35.92	0.8320	5.28
Zhang	39.59	0.9169	6.39
Propuesto	39.52	0.9241	2.95

TABLA 2: resultados cuantitativos para la imagen St. Michel, con ruido Gaussiano de $\sigma = 4$ (para una imagen de 8 bits) comprimida con 2 BPP (Bits Per Pixels).

Bibliografía

- [1] C. Aguerrebere. (2014). On the Generation of High Dynamic Range Images Theory and Practice from a Statistical Perspective. Phd, Telecom ParisTech.
- [2] J. Akhtar. (2001). Optimization of biorthogonal wavelet filters for signal and image compression. Master's thesis, Hovedoppgave, University of Oslo.
- [3] F. Alter, S. Durand, and J. Froment. (2005). Adapted total variation for artifact free decompression of jpeg images. *JMIV*, 23:199–211.
- [4] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein. (2011). Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers. 3(1):1–122.
- [5] A. Cohen, I. Daubechies, and J. Feauveau. (1992). Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 45(5):485–560.
- [6] S. Durand and J. Froment. (2003). Reconstruction of wavelet coefficients using total variation minimization. *SIAM, Journal on Scientific Computing*, 24(5):1754–1767.
- [7] S. Durand and M. Nikolova. (2007). Denoising of frame coefficients using ℓ^1 Data-Fidelity term and Edge-Preserving regularization. *SIAM Multiscale Modeling & Simulation*, 6(2):547–576.
- [8] T. C. C. for Space Data Systems (CCSDS). (2005). Technical report, image data compression. 122.0-b-1. [<https://public.ccsds.org/Publications/>].
- [9] V. Laparra, J. Ballé, A. Berardino, and E. Simoncelli. (2016). Perceptual image quality assessment using a normalized laplacian pyramid. In B. Rogowitz, T. N. Pappas, and H. de Ridder, editors, *Proc. IS&T Int'l Symposium on Electronic Imaging, Conf. on Human Vision and Electronic Imaging*, volume 2016, pages 1–6, San Francisco, CA. Society for Imaging Science and Technology.
- [10] M. Lebrun, A. Buades, and J.M. Morel. (2013). A nonlocal Bayesian image denoising algorithm. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 6(3):1665–1688.
- [11] T. Meinhardt, M. Moeller, C. Hazirbas, and D. Cremers. (2017). Learning Proximal Operators: Using Denoising Networks for Regularizing In-verse Imaging Problems.
- [12] J. Preciozzi. (2016). Two Restoration Problems In Satellite Imaging. PhD thesis, Universidad de la República. [<http://iie.fing.edu.uy/~pmuse/docs/papers/Thesis20161221.pdf>].
- [13] J. Preciozzi, M. González, A. Almansa, and P. Musé. (2017). Joint denoising and decompression: A patch-based Bayesian approach. In *ICIP*, pages 1252–1256. IEEE.
- [14] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, and E. P. Simoncelli. (2004). Image quality

assessment: from error visibility to structural similarity. IEEE Trans. Image Processing, 13(4):600–612.

[15] P. Weiss, L. Blanc-Feraud, T. Andre, and M. Antonini. (2008). Compression artifacts reduction using variational methods: Algorithms and experimental study. In ICASSP, pages 1173–1176.

[16] K. Zhang, W. Zuo, S. Gu, and L. Zhang. (2017). Learning deep CNN denoiser prior for image restoration. In CVPR, pages 3929–3938.

[17] A. Zymnis, S. Boyd, and E. Candes. (2010). Compressed sensing with quantized measurements. IEEE Signal Processing Letters, 17(2):149 – 152.

Financiamiento

Agradecemos el financiamiento que hizo posible el desarrollo de este trabajo: a la Comisión Académica de Posgrado (Universidad de la República) por la beca de Doctorado de Mario González, y al programa Campus France del Ministère de l'Europe et des Affaires étrangères, Francia, por la Beca de Excelencia EIFFEL que permitió la realización del primer año de doctorado de Mario González en la Université Paris Descartes.